



گراف و کاربردهای آن

در کنترل و مدیریت ساختار شهری

شماره: ۱۵۵-۶/م/پ | تاریخ: ۱۴۰۴/۶/۹

گزارش ۱۱-۵-۲۰۸



RCTBZ.TABRIZ.IR



RCTABRIZ_IR



RCTABRIZ



RCTABRIZ



RCTABRIZ



RCTABRIZ

متن (PDF) از طریق سایت مرکز به نشانی rctbz.tabriz.ir قابل دریافت است.
آدرس: بزرگراه پاسداران، ورودی فرشته جنوبی، ساختمان شورا، ضلع شرقی طبقه اول



عنوان اصلی: گراف و کاربرهای آن

عنوان فرعی: در کنترل و مدیریت ساختار شهری

پدیدآور: بشیر نادری

ناظر: معاونت پژوهشی مرکز

نوع و شماره گزارش: یادداشت (۱۱-۵-۲۰۸)

شماره: ۱۵۵-۶/م/پ | تاریخ: ۱۴۰۴/۶/۹

متن (PDF) از طریق سایت مرکز قابل دریافت است

این متن در پرتال جامع مطالعات شهری ایران بارگذاری شده است

دریافت نظر و پیشنهاد: rctc@tabriz.ir | ۰۴۱-۲۱۰۴۰۹۰۰

آدرس: بزرگراه پاسداران، ورودی فرشته جنوبی، ساختمان شورا، ضلع شرقی طبقه اول



گراف

و کاربردهای آن

در کنترل و مدیریت ساختار شهری

شماره: ۱۵۵-۶/م/پ

تاریخ: ۱۴۰۴/۶/۹

حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به مرکز پژوهش‌های شورای شهر تبریز است.
متن (PDF) از طریق سایت مرکز به نشانی rctbz.tabriz.ir قابل دریافت است.
آدرس: بزرگراه پاسداران، ورودی فرشته جنوبی، ساختمان شورا، ضلع شرقی طبقه اول

چکیده

نظریه گراف یکی از شاخه‌های مهم ریاضی کاربردی است که امروزه نقش اساسی در بهینه‌سازی شبکه‌ها، حمل‌ونقل، برنامه‌ریزی شهری، کامپیوتر و هوشمندسازی شبکه‌های ارتباطی دارد. شبکه حمل‌ونقل یا به عبارتی مسیرهای دسترسی از نقطه‌ای به نقطه دیگر یکی از مسائل مهم در شهرسازی است. شبکه‌هایی مانند اتوبوسرانی، تاکسی، مترو و... در سطح بزرگ دارای ساختار پیچیده‌ای هستند، بطوریکه با گراف می‌توان این ساختار پیچیده را به راحتی نمایش داد و الگوریتم‌های مختلف و برآوردهای متفاوت مانند کوتاه‌ترین مسیر و تعداد مسیرها بین نقاط را بر روی سطح مورد نظر اعمال کرد. در این طرح هدف ما، استفاده از الگوریتم‌ها و قضایای نظریه گراف به عنوان یک ابزار علمی در بررسی و تحلیل زیر ساخت اتوبوسرانی منطقه یاغچیان تبریز می‌باشد. همچنین کاربردهای متعدد از نظریه گراف را جمع‌بندی کرده و جهت استفاده احتمالی در اختیار مدیران مربوطه قرار می‌دهیم.

۱- تعاریف و مفاهیم اولیه

مقدمه

در عصر حاضر، با توجه به رشد سریع شهرنشینی و افزایش پیچیدگی‌های سیستم‌های شهری، نسبت به ابزارها و روش‌های علمی کارآمد برای کنترل و مدیریت بهینه شهرها احساس نیاز بیشتری می‌شود. یکی از این ابزارهای قدرتمند، نظریه گراف است که به عنوان یک ساختار ریاضی، امکان مدل‌سازی و تحلیل روابط بین اجزای مختلف سیستم‌های شهری را به صورت یک گراف فراهم می‌کند. گراف‌ها با نمایش رأس‌ها (نقاط - تقاطع‌ها) و یال‌ها (مسیر بین رأس‌ها)، امکان بررسی و تحلیل ساختارهای پیچیده‌ای مانند شبکه‌های حمل‌ونقل، سیستم‌های ارتباطی، توزیع انرژی و آب، و حتی تعاملات اجتماعی را به سادگی فراهم می‌کنند.

در مدیریت شهری، گراف‌ها به عنوان یک ابزار تحلیلی، به مدیران کمک می‌کنند تا مسائلی مانند بهینه‌سازی مسیرها، مدیریت ترافیک، توزیع منابع، طراحی و حتی پیش‌بینی الگوهای رشد شهری را به شکلی مؤثرتر حل کنند. به عنوان مثال، در شبکه‌های حمل‌ونقل، گراف‌ها می‌توانند کوتاه‌ترین مسیرها، نقاط بحرانی ترافیک، و نقاط اتصال کلیدی را شناسایی کنند. همچنین، در مدیریت بحران، گراف‌ها می‌توانند به شناسایی سریع‌ترین مسیرهای دسترسی به مناطق آسیب‌دیده و توزیع منابع کمک کنند.

با توجه به گستردگی کاربردهای گراف در حوزه‌های مختلف مدیریت شهری، استفاده از این ابزار نه تنها به بهبود کارایی سیستم‌های شهری منجر می‌شود، بلکه به تصمیم‌گیرندگان و مدیران کمک می‌کند تا با نگاهی جامع‌تر و دقیق‌تر، چالش‌های پیچیده‌ی شهری را بررسی کنند. در این راستا، مطالعه و به کارگیری گراف‌ها به عنوان یک ابزار تحلیلی، گامی ضروری در جهت توسعه‌ی شهرهای هوشمند و پایدار به شمار می‌رود.

در این طرح ابتدا تعاریف و مفاهیم اولیه گراف را بررسی می‌کنیم. در فصل ۲ به کاربردهای گراف در مسائل اتوبوسرانی را که بر روی یک نقشه فرضی بررسی شده، اشاره می‌کنیم. در فصل ۳ بصورت موردی تعدادی از موارد مطرح شده در فصول قبل را بر روی گراف شهرک شهید یاغچیان اعمال می‌کنیم.

مروری بر تاریخچه گراف

یک ابزار ساده با کاربردهای بسیار قدرتمند در زمینه‌های مختلف علمی، گراف می‌باشد که امروزه به عنوان شاخه جدیدی از ریاضیات مورد توجه قرار گرفته است. در این گرایش از ریاضیات تصویری گرافیکی از مجموعه‌ای از اشیاء، که توسط مسیرهایی به هم متصل می‌شوند روابط بین اشیاء را در مجموعه مورد نظر مورد تحلیل و بررسی قرار می‌دهد.

اکثر رشته‌ها کاربرد پیدا کرده و محققین زیادی در این زمینه کار می‌کنند. بطوری‌که نظریه گراف توجه بسیاری از دانشمندان را در زمینه‌های مختلف به خود جلب کرده و در بسیاری از مسائل مدیریتی، صنعتی و فناوری مورد توجه قرار گرفته است [۱]. یکی از این کاربردهای اساسی در مسایل مدیریت شهری می‌باشد که در زیر به تعدادی از این موارد اشاره می‌کنیم:

- کاربرد نظریه گراف در بهینه‌سازی ساختار شهری بر اساس گراف اویلری در منبع [۲] مطالعه شده است.
- در مقاله [۴] کنترل ترافیک شهر زوریخ سوئیس بر اساس نظریه گراف مورد بررسی قرار گرفته است.
- در [۵،۶] کنترل و مدیریت ترافیکی بر اساس تئوری گراف مورد مطالعه قرار گرفته و بر اساس مدل ریاضی جهت تنظیم زمان چراغ‌های راهنمایی چهارراه‌ها برای کاهش تعداد تصادفات استفاده شده است.
- در مقاله [۷] کاربرد نظریه گراف در موضوع چالش نوظهور شهر هوشمند، مورد تحلیل قرار گرفته است.

گراف

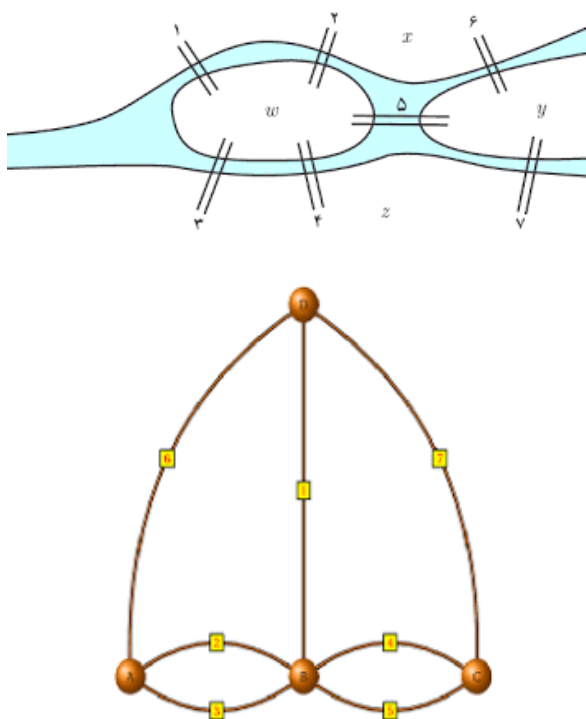
هنگام که نقشه جاده‌ها و شهرها را مورد استفاده قرار می‌دهیم، اغلب به دنبال این هستیم که با توجه به نقشه موجود، از نقطه‌ای به نقطه دیگر برویم. در نتیجه با دو مجموعه متمایز نقاط (مکان-میدان) و مسیرها (خیابان‌ها و جاده‌ها) سرکار داریم. در این بخش ضمن بررسی تعریف گراف و مفاهیم اولیه گراف به مفهوم تعدادی از گراف‌های خاص می‌پردازیم.

فرض کنیم V مجموعه‌ای ناتهی و متناهی از رئوس و E مجموعه‌ای از یال‌ها باشد، در این صورت $G=(V,E)$ را یک گراف می‌نامیم. اگر در گراف G یال‌ها جهت‌دار باشند، گراف را جهت‌دار گویند. همسایگی رأس v از گراف G ، تمام رأس‌هایی هستند که با v مجاوراند، به عبارت دیگر:

$$NG(v) = \{u \in V(G) | uv \in E(G)\}$$

نظریه گراف اولین بار در سال ۱۷۳۶ توسط اویلر ریاضیدان سوئیسی مطرح شد. این موضوع در بررسی مسأله هفت پل کونیگسبرگ توسط اویلر مورد توجه قرار گرفت. شکل واقعی و گرافی این پل‌ها که بصورت شکل ۱-۱ می‌باشد.

در ذهن مردم این مسأله ایجاد شده بود که چگونه با حرکت از یک نقطه از شهر و دقیقاً با یک بار عبور از هر پل، به همان نقطه شروع حرکت بازگشت؟ (به عبارتی دیگر از هیچ پلی دو بار عبور نکنیم)



شکل ۱-۱: نمودار گرافی و شکل واقعی پل کونیگسبرگ در روسیه

اویلر ریاضیدان سوئیسی با استدلال ریاضی ثابت کرد که این امکان پذیر نیست. ادامه این مسأله منجر به نظریه گراف شد، که امروزه به عنوان شاخه‌ای از ریاضیات گسسته یکی از پرکاربردترین مفاهیم علمی می‌باشد. [۳] اویلر بعضی از مفاهیم اولیه بنیادی را بر اساس مسأله پل کونیگسبرگ توسعه داد، بعداً کاربردهای زیادی پیدا کرد. اخیراً گراف در

بطوریکه به ازای هر i, v_{i-1} و v_i توسط یال e_i بهم وصل شده‌اند. یک گشت بدون یال تکراری را گذر، و گذر بدون رأس تکراری را مسیر گویند. یک مسیر بسته (دور) مسیری است که ابتدا و انتهای آن یکسان است. یک مسیر از مرتبه n را با P_n و یک دور را با C_n نشان می‌دهند. یک گراف را همبند گویند هرگاه بین هر دو رأس متمایز آن حداقل یک گشت وجود داشته باشد، در غیر این صورت آن را ناهمبند گویند. گراف همبند بدون دور را یک درخت گویند. برای هر دو رأس u و v طول، اندازه کوتاه‌ترین مسیر بین u و v است و با نماد $d_{G(u,v)}$ نشان می‌دهند. بیشترین فاصله بین دو رأس u و v را قطر گراف گویند و با علامت $diam(G)$ نشان می‌دهند.

یک گراف جهت‌دار عبارت است زوج $D=(V,A)$ که در آن A زوج‌های مرتبی از $V \times V$ است اعضای A را یال‌های جهت‌دار می‌نامند. اگر $e=(u,v)$ یالی جهت‌دار در D باشد، آنگاه u را ابتدای e و v را انتهای e می‌نامند. اگر گراف جهت‌دار باشد، هر رأس دارای دو درجه ورودی و خروجی خواهد بود. درخت، گراف همبند جهت‌داری است که یک رأس از درجه ورودی صفر داشته باشد و گراف زمینه آن فاقد دور می‌باشد. در درخت به رأس که در درجه خروج آنها صفر است برگ گویند.

اگر در یک گشت، $x-y$ ، هیچ یال تکرار نشود، گشت را پیگرد گویند، و هر پیگردی که ابتدا و انتهای آن یکسان، $x-x$ ، باشد را مدار گویند. اگر در گراف G پیگردی از x به y وجود داشته باشد که هر یال را دقیقاً یکبار بپیماید، پیگرد را اویلری و اگر مداری وجود داشته باشد، که هر یال گراف را دقیقاً یکبار طی کند مدار را اویلری گویند. یک گراف که شامل هر دو حالت پیگرد و مدار اویلری باشد را گراف اویلری گویند.

قضیه ۱-۱: یک گراف اویلری است اگر و فقط اگر، یک گراف همبند و درجه هر رأس آن زوج باشد.

درجه رأس v برابر $|N_G(v)|$ می‌باشد، و با نماد $\deg(v)$ نشان می‌دهند. در گراف‌های جهت‌دار درجه ورودی و خروجی مجزا تعریف می‌شوند. کوچک‌ترین و بزرگترین درجه گراف G را با $\delta(G)$ و $\Delta(G)$ نشان می‌دهند. که در آن

$$\delta(G) = \min\{\deg(v) | v \in V(G)\}$$

۹

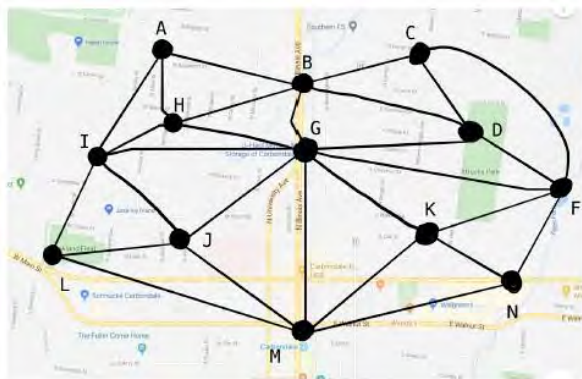
$$\Delta(G) = \max\{\deg(v) | v \in V(G)\}$$

می‌باشند. اگر $\deg(v) = 0$ آن را رأس تنها یا منفرد گویند. رأس از درجه یک را برگ و رأس مجاور آن را رأس اتکا می‌نامند. اگر به ازای هر $v \in V(G)$ ، $\deg(v) = r$ گراف r -منتظم گویند.

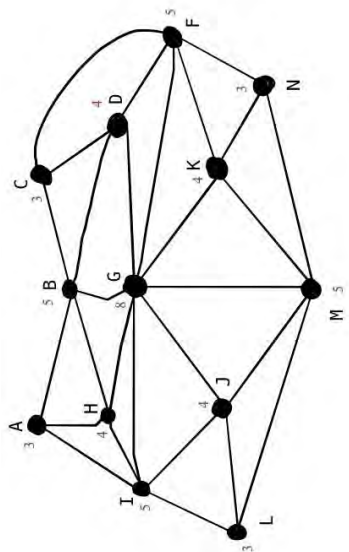
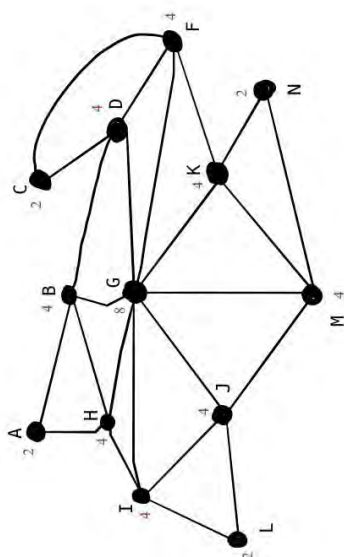
اگر $S \subseteq V(G)$ باشد زیر گراف از G که همه رؤس آن در S باشند را زیرگراف القایی توسط S گویند. یک طوقه (حلقه) یالی است که یک رأس را به خودش وصل می‌کند. دو یا چند یال با رؤس مشترک را یال چندگانه گویند. یک گراف که طوقه و یال چندگانه نداشته باشد را گراف ساده گویند. گراف ساده‌ای که هر دو رأس آن با هم مجاور باشند، گراف کامل گویند. گراف کامل با n رأس را K_n نشان می‌دهند. گراف دوبخشی، گراف است که بتوان رؤس آن را به دو مجموعه U و W افراز کرد که هر یال آن یک رأس در U و یک رأس در W داشته باشد. U و W را بخش‌های گراف گویند. گراف دوبخشی ساده‌ای که هر رأس در یک بخش با تمام رؤس بخش دیگر مجاور باشد را گراف دو بخش کامل گویند. اگر بخش U و W به ترتیب m و n رأس داشته باشند، گراف کامل دو بخش را با $K_{m,n}$ نشان می‌دهند.

مکمل گراف $\bar{G}$ ، گراف است که $V(\bar{G}) = V(G)$ ، و به ازای هر $u, v \in V(G)$ ، $uv \in E(G)$ اگر و تنها اگر $uv \notin E(\bar{G})$ یک گشت در گراف G از v_0 به v_n دنباله‌ای از رأس‌ها و یال‌ها است که جملات آن بطورمتناوب، رأس‌ها و یال‌های گراف هستند، مانند

$$W = v_0, e_0, v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, v_{n-1}, e_{n-1}, v_n$$



شکل ۲-۱: نمودار بین ایستگاه‌های اتوبوس در یک منطقه



شکل ۳-۱: گراف حاصل از شکل ۲-۱ و حذف یال‌هایی که رئوس را به درجه فرد تبدیل می‌کردند.

قضیه ۲-۱: اگر گراف G همبند و فقط دو رأس با درجه فرد داشته باشد آنگاه دارای یک مسیر اویلری است. بطوریکه این مسیر از یک رأس با درجه فرد شروع می‌شود و دیگر رأس با درجه فرد پایان می‌یابد.

با توجه به قضیه ۱-۱ و ۲-۱ و با در نظر گرفتن گراف پل کانیسبرگ، در شکل ۱-۱، واضح است که پل کانیسبرگ فاقد مدار اویلری است. زیرا بیش از یک رأس با درجه فرد وجود دارد.

شکل ۲-۱ که گراف بین ایستگاه‌های اتوبوس در یک منطقه را نشان می‌دهد. برای ساماندهی بعضی از شبکه‌های نقل و انتقال می‌توانیم از یک گراف اویلری استفاده کنیم که فقط یکبار بتوانند از مسیرهای خاص استفاده کنند. به عنوان مثال، مانند شکل ۲-۱ یک حامل پست می‌خواهد از ایستگاه‌های اتوبوس (رأس‌ها) برای عبور از هر خیابان (یال‌ها) دقیقاً یک بار استفاده کند. علاوه بر این، او باید مسیر خود را در همان ایستگاه شروع و به پایان برساند. برای اینکه او این کار را انجام دهد، گراف باید یک مدار اویلری باشد. در این مورد باید از قضیه ۲-۱ استفاده کنیم. درجه رئوس را باید یکی یکی بررسی کنیم. به محض اینکه به یک رأس فرد رسیدیم، نتیجه خواهیم گرفت که گراف یک مدار اویلری نخواهد بود، به عبارت دیگر، دقیقاً یک بار عبور از هر خیابان امکان‌پذیر نخواهد بود. گراف ۳-۱ که بر اساس نقشه ۲-۱ ساخته شده است دارای هشت رأس A, B, C, F, N, M, L, I می‌باشد که تعدادی از درجات آن فرد می‌باشد؛ لذا مدار اویلری نیست. برای مفید بودن می‌توانیم نمودار را اویلری کنیم. بدین منظور می‌توان تعدادی از یال‌ها مانند یال‌های BC, AI, FN و LM را حذف کنیم. گراف حاصل (شکل سمت بالای ۳-۱) اویلری است. زیرا تمام رئوس دارای درجات زوج هستند. اکنون، حامل پست می‌تواند دقیقاً یک بار از هر خیابان عبور کند و می‌تواند از یک ایستگاه شروع و در همان ایستگاه پایان دهد.

هدف این شرکت‌ها این است که افراد را از ایستگاه به ایستگاه دیگر برسانند. اما شهردار اجازه نمی‌دهد شرکت‌های مختلف در یک خیابان کار کنند. در اینجا شهردار می‌خواهد حداقل تعداد شرکت‌های اتوبوسران را که می‌توانند شهر را اداره کنند، بداند. برای استفاده از تئوری گراف، رئوس گراف را به عنوان ایستگاه‌ها و یال‌ها را جهت نشان دادن راه (خیابان) بین ایستگاه‌ها در نظر می‌گیریم.

زیرگراف فراگیر

برای بررسی تعداد زیرگراف‌های (تعداد شرکت‌های حمل‌ونقل) لازم جهت پوشش دهی همه ایستگاه‌ها، به قضایا و مثال‌هایی اشاره می‌کنیم [۸].

قضیه ۱-۲: فرض کنید G یک گراف همبند با n رأس باشد. $s(G)$ بزرگترین عدد صحیحی است که رابطه زیر برقرار است:

برای هر عدد صحیح $k \leq n$ حداقل $(k-1)s(G)$ یال باید حذف شود تا اینکه G به k مؤلفه جدا از هم تفکیک شود.

شکل ۱-۲ شهری را نشان می‌دهد که دارای ۱۳ ایستگاه اتوبوس است. که توسط ۲۸ راه (یال) به هم وصل شده‌اند. هر شرکت اتوبوسرانی به شبکه‌ای نیاز دارد که با تمام ایستگاه‌ها ارتباط برقرار کند، و هیچ شرکت مجاز به داشتن یک مسیر مشابه نیست. بدین منظور، ما باید گراف را به حداکثر تعداد زیرگراف‌های همبند تقسیم کنیم از همه رئوس (ایستگاه‌ها) استفاده کنیم. $s(G)$ تعداد زیرگراف‌های لازم می‌باشد. قضیه ۱-۲ را بر روی شکل ۱-۲ اجرا می‌کنیم.

برای تفکیک گراف به دو مؤلفه، حداقل سه یال را باید حذف کنیم. زیرا:

$$s(G) \leq \frac{3}{2-1} = 3 \quad (1.2)$$

برای تبدیل به ۳ مؤلفه، حداقل باید ۶ یال حذف کنیم:

$$s(G) \leq \frac{6}{3-1} = 3 \quad (2.2)$$

برای تبدیل به ۵ مؤلفه، حداقل باید ۱۱ یال حذف کنیم، لذا:

یک زیرگراف از گراف G ، گرافی است که همه رئوس و یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از رئوس و یال‌های G باشد. زیرگراف فراگیر، زیرگرافی است که همه رئوس G را داشته باشد. مینیمم درخت فراگیر، درختی است که کمترین وزن را داشته باشد. با استفاده از الگوریتم کروسکال می‌توان مینیمم درخت فراگیر را برای یک گراف دلخواه پیدا کرد.

مجموعه و عدد احاطه‌ای

در گراف‌ها تعداد دسترس‌ها به رئوس مجاور از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است که با دو مفهوم عدد احاطه‌ای و مجموعه احاطه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تعریف ۱-۱: فرض کنید G یک گراف با مجموعه رأس‌های V و مجموعه یال‌های E باشد. زیرمجموعه S از رأس‌های G را یک مجموعه احاطه گر نامند هرگاه هر رأس از V یا در S بوده و یا با رأس از S مجاور باشد.

تعریف ۲-۱: مینیمم اندازه مجموعه احاطه‌گر در G را عدد احاطه‌ای نامیده و با $\gamma(G)$ نشان می‌دهند. واضح است که در هر گراف G از مرتبه n ، $1 \leq \gamma(G) \leq n$ ، اگر G دارای رأسی از درجه $n-1$ باشد، آنگاه $\gamma(G)=1$ و اگر $G=K_n$ ، آنگاه $\gamma(G)=n$.

قضیه ۱-۳: فرض کنید G یک گراف بدون رأس منفرد باشد. در این صورت $\gamma(G) \leq \frac{n}{2}$

در این بخش به مفاهیم و تعاریف اولیه در مورد گراف اشاره شد. در بخش بعدی این مفاهیم را بر روی یک مدل فرضی از یک شهر اعمال می‌کنیم.

۲- کاربرد گراف در مسائل مسیر اتوبوسرانی

مقدمه

امروزه به منظور ارائه مدیریت مؤثر شبکه حمل‌ونقل اتوبوس شهری و ارائه خدمات بهتر برای سفرهای شهروندان، خطوط اتوبوس شهری را با استفاده از نظریه گراف بررسی می‌کنند. هر شهر ممکن است ی یا چند شرکت اتوبوسران داشته باشد.

شکل ۲-۱: گراف حاصل از مراحل اجرای الگوریتم روی

شکل ۲-۱

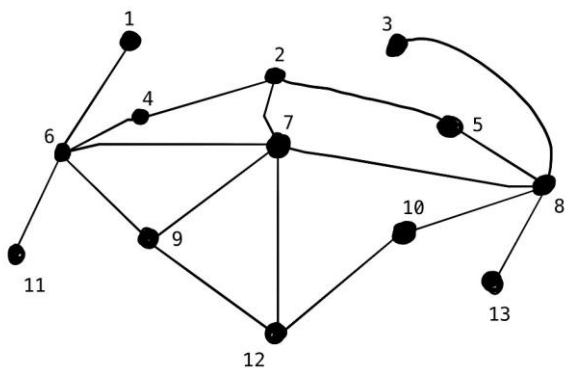
مرکز گراف برای به‌گزینی محل ایستگاه اتوبوس

مرکز گراف به مسئله انتخاب یک یا چند ناحیه از گراف یک شهر کمک می‌کند تا تابعی را که به فاصله با توجه به نقاط ارائه شده شبکه بستگی دارد، بهینه کند. برای مثال، زمانی که تعداد شهروندان در شهر افزایش می‌یابد، مسئولین شهر تصمیم می‌گیرند یک بیمارستان جدید در نقطه مرکزی بسازد که فاصله هر ایستگاه را کاهش دهد. کجای شهر باید آن را بسازند؟ در نتیجه می‌خواهند مکان مناسبی را برای یکی از ایستگاه‌های اتوبوس تعیین کنند که با استفاده از اتوبوس‌ها، دسترس همه شهروندان به بیمارستان در زمان کوتاه آسان باشد. بیمارستان باید در کنار ایستگاه اتوبوس باشد.

پیدا کردن مرکز گراف در گراف ایستگاه‌های اتوبوس، در مسأله مکان‌یابی بیمارستان حذف بدترین فاصله، برای بهینه کردن مسیر می‌باشد.

تعریف ۲-۱: فرض کنید G یک گراف و v یک رأس G باشد، گریز از مرکز رأس v حداکثر فاصله از v تا هر رأس در گراف است که با $e(v)$ نشان می‌دهیم و داریم:

$$e(v) = \max\{d(v, u) | u \in V(G)\}$$



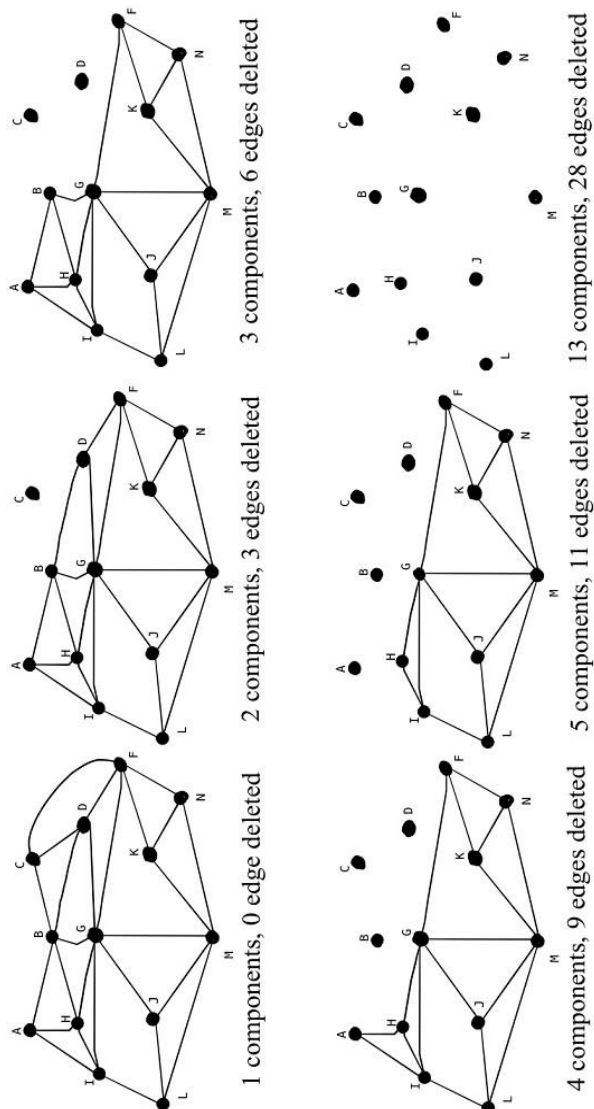
شکل ۲-۲: مسیر اختصاص داده شده به شرکت شماره ۱

$$s(G) \leq \frac{11}{5-1} = 2/75 \quad (3.2)$$

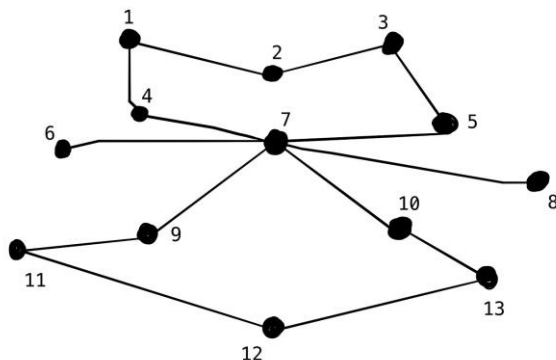
برای تبدیل به ۱۳ مؤلفه، حداقل باید ۲۸ یال حذف کنیم، لذا:

$$s(G) \leq \frac{28}{13-1} = 2/33 \quad (4.2)$$

بزرگترین عدد صحیحی که در همه نامساوی‌های بالا صدق می‌کند عدد ۲ می‌باشد. بنابراین ماکزیمم تعداد شرکت‌های اتوبوسران لازم برای پوشش این مسیرها برابر ۲ می‌باشد. شکل ۲-۱ مراحل اجرای قضیه را نشان می‌دهد، و شکل‌های ۲-۲ و ۲-۳ مسیرهای اختصاص داده شده به دو شرکت را نشان می‌دهد.



درخت است. ممکن است برای یک گراف چندین درخت پوشا وجود داشته باشد. مینیمم درخت پوشا درخت است که در آن هزینه در بین سایر درختان پوشا حداقل است. مینیمم درخت پوشا بهترین روش برای حل این مسأله است.



شکل ۲-۳: مسیر اختصاص داده شده به شرکت شماره ۲

الگوریتم کروسکال یک الگوریتم کاهش هزینه است که با اضافه کردن یالهایی با حداقل وزن، یک مینیمم درخت پوشا ایجاد می‌کند بطوریکه انجام این کار به ایجاد یک چرخه منجر نشود.

برای انجام الگوریتم کروسکال ابتدا باید تمام یال‌ها را به ترتیب وزن (بدون کاهش) مرتب کنیم.

در مرحله دوم، کوچک‌ترین یال را انتخاب و بررسی می‌کنید که آیا با درخت پوشای تشکیل شده تاکنون چرخه ایجاد می‌کند یا نه؟ اگر چرخه نداشته باشیم، این یال را اضافه، در غیر این صورت، آن را حذف می‌کنیم. سپس این کار را تا زمانی که $(\|v\| - 1)$ یال در درخت پوشا وجود داشته باشد، تکرار می‌کنیم. حال الگوریتم را روی گراف ۲-۷ که هزینه تعمیرات روی آن مشخص شده است، اعمال می‌کنیم. نتایج الگوریتم کروسکال در شکل ۲-۷ ب آورده شده است. جدول ۲-۱ هزینه‌های تعمیر را نشان می‌دهد؛ آنهایی که با علامت (*) مشخص شده است، بدون تعمیر (ثابت) هستند. کمترین هزینه طبق گراف حاصل از الگوریتم کروسکال برابر:

$$۲۳ = ۳ + ۳ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۱ + ۱ + ۱$$

ماکزیمم مقدار گریز از مرکز برای رئوس G را قطر گراف گویند. بنابراین قطر گراف G برابر است با:

$$diam(G) = \max\{e(v) | v \in V(G)\}$$

تعریف ۲-۲: مینیمم مقدار گریز از مرکز برای رئوس G را شعاع گراف گویند؛ و داریم:

$$red(G) = \min\{e(v) | v \in V(G)\}$$

اگر $redG = e(V)$ یک رأس مرکزی گراف است. لذا می‌توانیم مرکز را به عنوان مجموعه‌ای از رأس‌های گریز از مرکز برابر با شعاع (نقطه مرکزی) تعریف کنیم. بنابراین:

$$cen(G) = \{v \in V(G) | e(v) = radG\}.$$

در شکل ۲-۴، رأس‌های گریز از مرکز، مقدار شعاع و قطر برای گراف داده شده، محاسبه شده است.

شکل ۲-۵ گراف شهر با ایستگاه‌های اتوبوس را نشان می‌دهد. که هر رأس با مقدار گریز از مرکز برچسب زده شده است. بیمارستان باید در محل بهین جایابی شود. پاسخ مناسب این است که بیمارستان در هر یاز شش ایستگاه ساخته شود که مطابق با رئوس مرکزی، رأس‌هایی هستند که دارای گریز از مرکز ۳ درگراف می‌باشند، یعنی از رئوس یا ایستگاه‌های $\{H, B, G, D, K, f\}$ را می‌توان به عنوان بهترین مکان برای احداث بیمارستان در نظر گرفت.

الگوریتم کروسکال

درخت و درخت فراگیر حالت خاص از یک گراف است که در بهین کردن شبکه‌ها نقش مهم دارد. درختفراگیر مینیمال، یک حالت خاص از درخت است که دارای کمترین وزن می‌باشد. هر درخت با $|V|$ رأس دارای $|V| - 1$ یال است. شکل ۲-۶ مثال درخت فراگیر مینیمال را نشان می‌دهد.

در شهر، همه جاده‌ها به طور همزمان تخریب نمی‌شوند، بنابراین شهردار مجبوراً باید جاده‌هایی را که می‌تواند ایستگاه‌های اتوبوس را به هم متصل کند، تعمیر کند. برای تعمیر یک مسیر خاص هزینه‌های زیادی وجود دارد. آنها باید حداقل هزینه را برای اتصال همه ایستگاه‌ها با تعمیر جاده‌ها بدست آورند. هزینه درخت پوشا، مجموع وزن تمام یال‌های

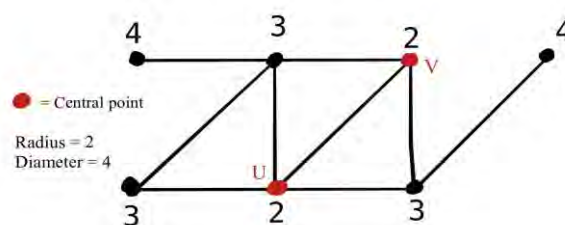
واحد می باشد.

عدد احاطه‌ای و کاربرد آن

فرض کنید، شهرداری تصمیم گرفته است شعبه‌های کوچک از ایستگاه‌های پلیس در اطراف شهر بسازد که باید در نزدیک ایستگاه‌های اتوبوس باشد. آنها می‌خواهند دسترس همه شهروندان به این ایستگاه‌های کوچک پلیس را در شرایط اضطراری در محل مراجعه به اداره اصلی پلیس آسان کنند. شهرداری نیاز به حداقل راه برای ساخت تمام این ایستگاه‌های پلیس دارد. سؤال این است که حداقل تعداد کلانتری مورد نیاز برای کمک به شهروندان در هر ۱۳ ایستگاه اتوبوس چقدر است یا حداقل شهروندان می‌توانند تنها با استفاده از اتوبوس برای یک ایستگاه به کلانتری مراجعه کنند. در اینجا با استفاده از عدد احاطه‌ای می‌توان به سؤال آنها پاسخ داد.

در شکل ۸-۲ رأس‌های دارای رنگ سیاه در هر گراف مجموعه احاطه‌ای را نشان می‌دهند. مجموعه احاطه‌ای برای گراف $G=(V,E)$ مجموعه‌ای مانند S در V است بطوریکه هر رأس که در S نباشد مجاور یا همسایه از اعضای S می‌باشد. عدد احاطه‌ای $\gamma(G)$ ، تعداد رأس‌ها در کوچک‌ترین مجموعه احاطه‌ای G است. در شکل ۸-۲ تعداد رأس‌های سیاه عدد احاطه‌ای را نشان می‌دهد.

Graph eccentricities



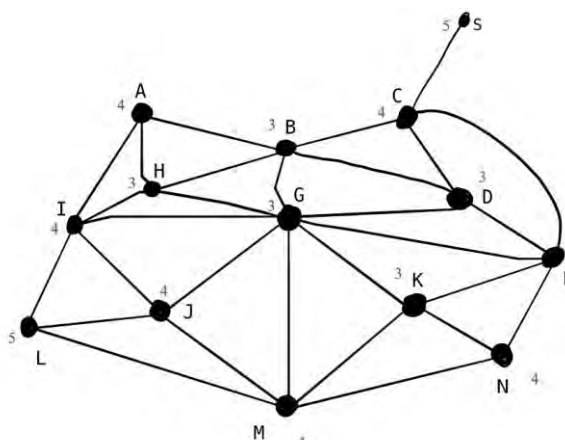
شکل ۴-۲: رئوس مرکز، مقادیر قطر و شعاع

جدول ۱-۲: هزینه بین ایستگاه‌ها

N	M	L	K	J	I	H	G	F	D	C	B	A	
*	*	*	*	*	۴	۴	*	*	*	*	۱	-	A
*	*	*	*	*	*	۲	۲	*	۲	۶	-		B
*	*	*	*	*	*	*	*	۴	۳	-			C
*	*	*	*	*	*	*	*	۴	۲				D
۳	*	*	۳	*	*	*	۶	-					F
*	۲	*	۴	۲	۲	*	-						G
*	*	*	*	*	۳	-							H
*	*	۱	*	۱	-								I
*	۲	۱	*	-									J
۶	۴	*	-	-									K
*	*	-											L
۲	-												M
-													N

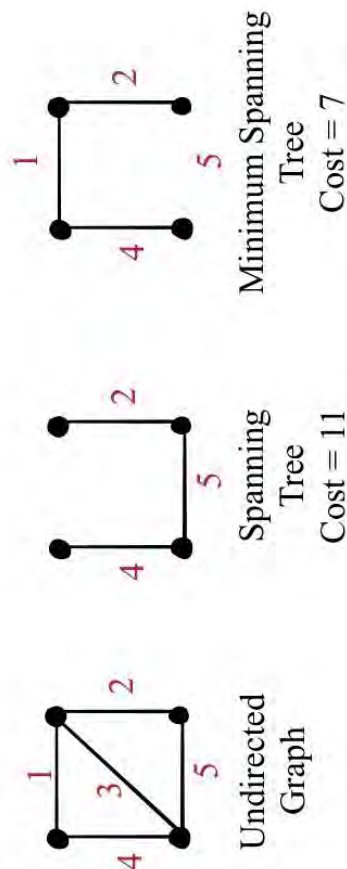
برای توضیح بیشتر شکل ۹-۲ را در نظر می‌گیریم. در این شکل تفاوت بین کوچک‌ترین مجموعه احاطه‌ای و مجموعه احاطه‌ای مشاهده می‌شود. در شکل ۹-۲ مجموعه S مجموعه احاطه‌ای است ولی کوچک‌ترین مجموعه احاطه‌ای نیست. ولی مجموعه‌های S_1 و S_1 کوچک‌ترین مجموعه احاطه‌ای هستند لذا عدد احاطه‌ای گراف ایستگاه اتوبوس برابر ۴ می‌باشد.

اکنون با استفاده از کمترین عدد احاطه‌ای، می‌توان حداقل تعداد ایستگاه‌های پلیس را مشخص کرد بطوری هر شهروندی می‌تواند از هر ایستگاه اتوبوس به پلیس برسد و یا بعد از طی کمترین تعداد مسیرها که کمتر احاطه‌ای ۴ می‌باشد به ایستگاه پلیس برسد.



شکل ۵-۲: مقادیر گریز از مرکز گراف

همسایگان (رئوس مجاور) رنگ‌های متفاوت داشته باشند. در تئوری گراف، اغلب از $S = \{1, 2, 3, \dots, k\}$ به عنوان مجموعه رنگ‌ها (طرح‌ها) استفاده می‌کنیم و k تعداد رنگ‌ها (طرح‌ها) می‌باشد. انواع مختلف از رنگ‌آمیزی گراف مانند رنگ‌آمیزی یال‌ها، رنگ‌آمیزی راس، رنگ‌آمیزی صورت، رنگ‌آمیزی نقشه و غیره وجود دارد، معروفترین حالت رنگ‌آمیزی رئوس می‌باشد. اکنون می‌توانیم عدد رنگی گراف G را به عنوان کوچک‌ترین تعداد رنگ مورد نیاز در رنگ‌آمیزی رأس‌ها تعریف کنیم که با $\chi(G)$ نشان داده می‌شود. مثالی از رنگ‌آمیزی درست و نادرست در شکل ۲-۱۰ آورده شده است. در مدیریت شهری می‌توانیم از رنگ‌ها برای نمایش طرح جدید استفاده کنیم. در اینجا، چگونه می‌توان راه برای رنگ‌آمیزی رئوس یک نمودار شبکه اتوبوسرانی به گونه‌ای پیدا کرد که هیچ دو رأس (ایستگاه) همسایه، هم رنگ نشوند. علاوه بر این، ما باید از کمترین تعداد رنگ ممکن برای رنگ‌آمیزی گراف استفاده کنیم. در شکل ۲-۱۱ گرافی را با سه رنگ زرد، سبز و آبی رنگ‌آمیزی می‌کنیم. ملاحظه می‌شود که سه رنگ حداقل تعداد رنگ‌های مورد نیاز برای رنگ‌آمیزی این گراف هستند، بنابراین عدد رنگی سه $\chi(G) = 3$ است. اکنون، هر ایستگاهی که رنگ یکسان دارد می‌تواند طرح یکسانی داشته باشد.

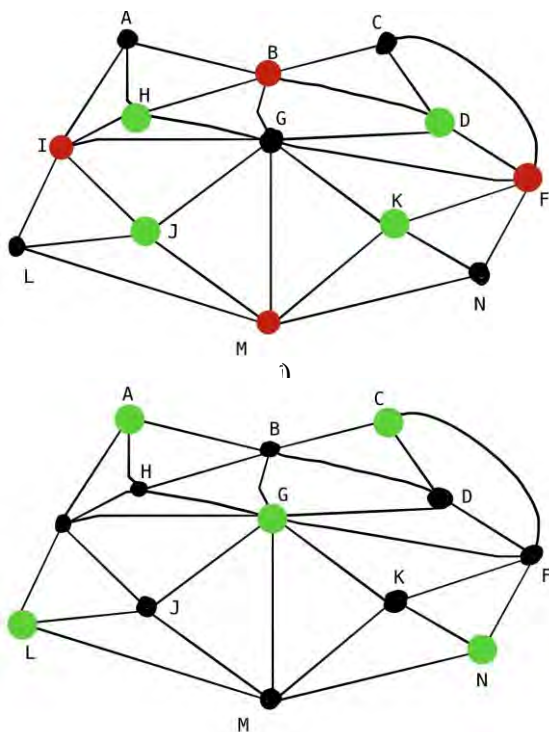


شکل ۲-۶: درخت فراگیر مینیمال

کاربرد عدد رنگی در طراحی ایستگاه‌های اتوبوس

معمولاً مدیران شهری سعی بر طراحی ایستگاه‌های اتوبوس بصورت منحصر به فرد دارند، بطوری که دو ایستگاه همسایه دارای رنگ یا طرح یکسان نباشند و وقتی افراد از ایستگاه حرکت می‌کنند، طرح‌های متفاوت از ایستگاه‌های اتوبوس را مشاهده کنند. طراح شهر می‌خواهد بداند که چه تعداد طرح ایستگاه اتوبوس برای چیدمان شبکه اتوبوس نیاز دارد و کارکنان خود را در مورد تعداد طرح‌های مختلف مطلع کند. بهترین روش برای حل این مسئله عدد رنگی است.

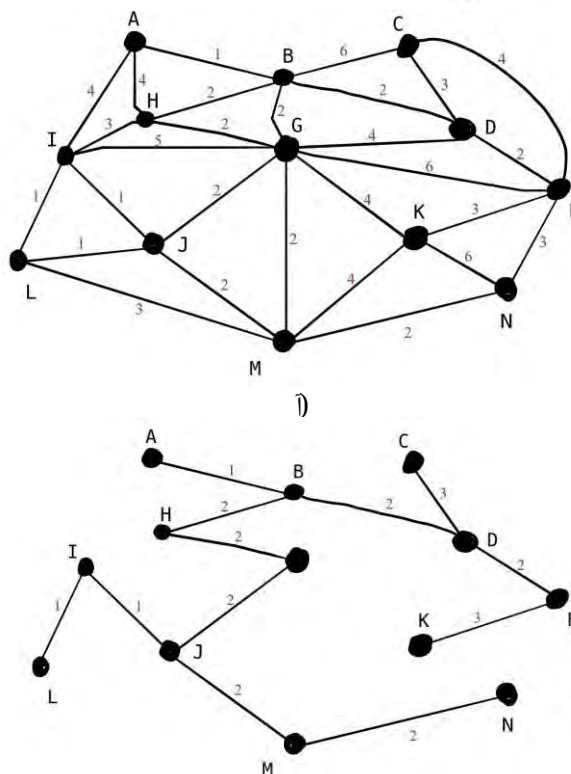
برای استفاده از عدد رنگی در این مسئله، باید شناخت از اصول رنگ‌آمیزی گراف داشته باشیم. رنگ‌آمیزی گراف یک مورد خاص از برچسب زدن گراف است. منظور از رنگ‌آمیزی گراف G تخصیص رنگ‌ها به رئوس G است به طوریکه



شکل ۲-۹: عدد احاطه‌ای ایستگاه اتوبوس: (آ)

کوچک‌ترین مجموعه‌های احاطه‌ای $\{h, d, j, k\}$ و $\{B, L, F, M\}$

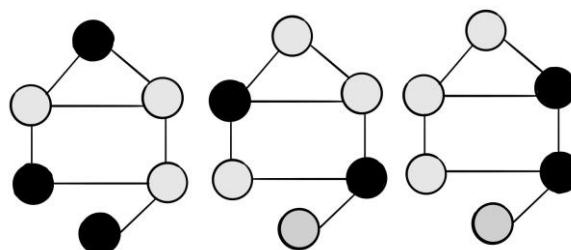
(ب) مجموعه احاطه‌ای، $S = \{A, C, G, L, N\}$



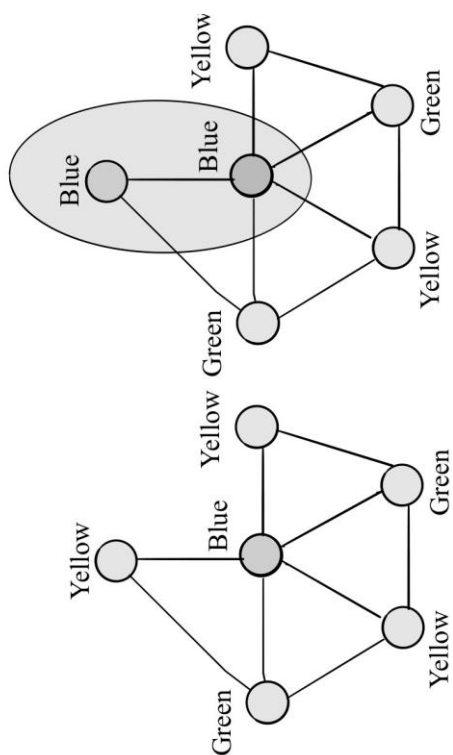
شکل ۲-۷: گراف اصل با هزینه‌ها و گراف حاصل از اعمال

الگوریتم کروسکال

با توجه به مطالب ذکر شده که نشان دهنده اهمیت موضوع و کارایی بحث گراف می‌باشد. در فصل بعدی به صورت موردی تعدادی از موارد ذکر شده را بر روی شهرک شهید یاغچیان (تبریز) اعمال می‌کنیم.



شکل ۲-۸: عدد احاطه‌ای



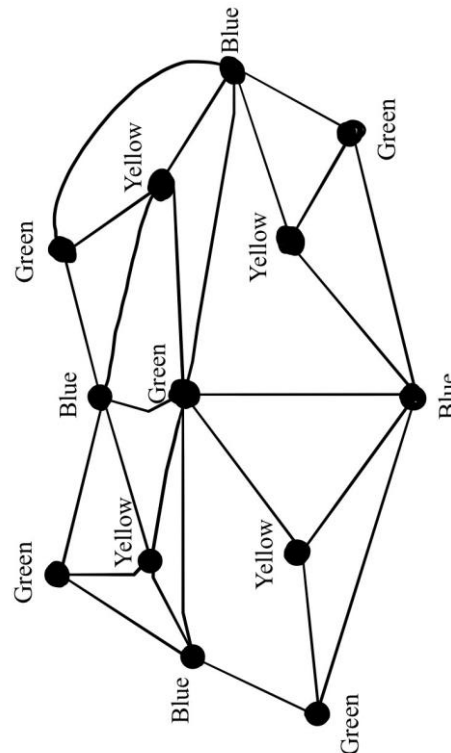
در این قسمت با استفاده از نقشه، گراف خیابان‌ها و ایستگاه‌های اتوبوس را بر اساس ارتباط بین میدان‌ها و تقاطع‌ها رسم می‌کنیم. در شکل‌های ۱-۳ و ۲-۳ به ترتیب نقشه و گراف مورد نظر و در رابطه ۱-۳ ماتریس مجاورت آورده شده است. ماتریس و گراف متناظر می‌توانند درک بهتر و ساده‌تری را توصیف کنند. لازم به ذکر است نام‌گذاری در گراف مطابق جدول ۱-۳ انجام شده است.



جدول ۱.۳: نامگذاری محل ها در گراف بر اساس نقشه

ردیف	محل	نام در گراف
۱	تقاطع بلوار قائم و جاده باسمنج	A
۲	تقاطع بلوار نور و جاده باسمنج	A۱
۳	میدان شمیم	A۲
۴	میدان فتح	A۳
۵	تقاطع بلوارنور و بلوارطوبی	A۴
۶	تقاطع بلوارطوبی و خیابان نجم	A۵
۷	تقاطع بلوار طوبی و خیابان کوثر	A۶
۸	تقاطع بلوارطوبی و خیابان نصر جنوبی	A۷
۹	تقاطع باغچه‌بان و خیابان فردوس	A۸
۱۰	تقاطع نصر جنوبی و بلوار بهشت	A۹
۱۱	تقاطع بلوار بهشت و بلوار یاغچیان	A۱۰
۱۲	فلکه فردوس	A۱۱
۱۳	فلکه قائم	A۱۲
۱۴	تقاطع خیابان توحید و شفا	B۱
۱۵	قاطع خیابان توحید و شاهد	B۲
۱۶	قاطع خیابان توحید و کوثر	B۳
۱۷	تقاطع نجم و بلوار یاغچیان	B۴
۱۸	فلکه یاغچیان	Yaghchian Falakeh
۱۹	میدان شفا	C۱
۲۰	تقاطع آخر مانده و نور	C۲
۲۱	تقاطع نور و شاهد	C۳
۲۲	تقاطع حکمت و نور	C۴
۲۳	تقاطع سما و نور	C۵
۲۴	تقاطع نور و بلوار یاغچیان	C۶
۲۵	تقاطع شفا ۲ و مانده	M۱
۲۶	تقاطع حکمت و مانده	M۲
۲۷	تقاطع سما و مانده	M۳
۲۸	تقاطع اول مانده و نور	M۴

شکل ۲-۱۰: رنگ آمیزی رأس‌ها



شکل ۲-۱۱: رنگ آمیزی ایستگاه‌های اتوبوس

۳- بررسی موردی کاربرد گراف در شهرک شهید

ياغچيان کلان شهر تبريز

مقدمه

در فصل‌های قبل به مفهوم گراف و کاربردهایی از آن که می‌تواند در مدیریت شهری مورد استفاده قرار گیرد را بصورت مثال‌هایی با تعداد محدودی رأس اشاره کردیم. لازم به ذکر است علاوه موارد مطرح موارد دیگری نیز می‌توان به عنوان کاربرد نظریه گراف در مدیریت شهری مانند شهر هوشمند، بهینه‌سازی مسیر اتوبوسرانی به عنوان یک شبکه پیچیده اشاره کرد. در ادامه بصورت موردی قسمت از کلان‌شهر تبریز (منطقه شهرک شهید باغچیان) را بررسی می‌کنیم.

نقشه و گراف

بررسی گراف

A5 A4 A3 A2 A1 A A12 A11 A10 A9 A8 A7 A6

O1 Falake Yaghchian

B3 B2 B1 B4 C6 C5 C3 C2 C1 M1 M2 M3 M4

(۳-۲)

BFS:

B3 B2 Falake Yaghchian B4 B1 A10 O1 A5 C6

A12 A9 A11

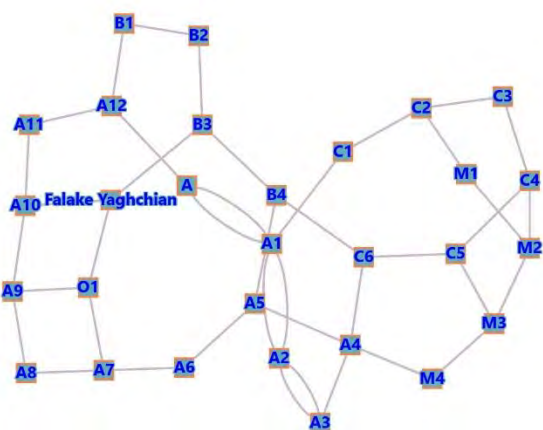
A7 A4 A6 C5 A A8 A3 M4 C4 M3 A1 A2 C3 M2

C1 C2 M1

(۳-۳)



شکل ۳-۱: نقشه شهرک شهید یاغچیان



شکل ۳-۲: گراف مسیرهای اصلی شهرک شهید یاغچیان

با توجه به نقشه و گراف مربوطه واضح است می‌توان ماتریس‌ها و روابط بین مسیرها را به راحتی بررسی کرد. با توجه به شکل‌ها و گراف‌های ۳-۳ الی ۳-۱۰، عدد رنگی، عدد احاطه‌ای، الگوریتم گروسکال و... را محاسبه می‌کنیم. لازم به ذکر است این محاسبات بر اساس یک نرم‌افزار آنلاین انجام شده است. ضمن ارائه توضیحات لازم حالت‌های ممکنه با گراف مجزایی نشان داده می‌شود. شکل ۳-۳ گراف رنگی شکل ۳-۲ را نشان می‌دهد.

واضح است که با ۳ رنگ، به همه تقاطع‌ها می‌توان طوری رنگ (طرح) اختصاص داد که دو تقاطع مجاور دارای رنگ (طرح) یکسان نباشد؛ و این کمترین تعداد رنگ‌های ممکنه است. عدد رنگی این گراف ۳ می‌باشد. درخت فراگیر گراف ۳-۲ در شکل ۳-۴ آورده شده است. این گراف نشان می‌دهد در مواقع ضروری با حذف تعدادی از یال‌ها (یال‌های قرمز رنگ) ارتباط بین تقاطع‌ها از بین نمی‌رود. همچنین شکل ۳-۵ درجه رأس‌هایی که تعداد مسیرهای بطول یک رأس با رأس‌های مجاور دارند را نشان می‌دهد.

قطر و شعاع گراف ۳-۲ که بصورت زیر می‌باشد. در شکل ۳-۶ آورده شده است. قطر برابر ۸ و شعاع برابر ۵ می‌باشد

Graphradius: C6→A4→A3→A2→A1→A

Graphdiameter:

A7→A6→A5→A4→A3→A2→A1→C1→C2

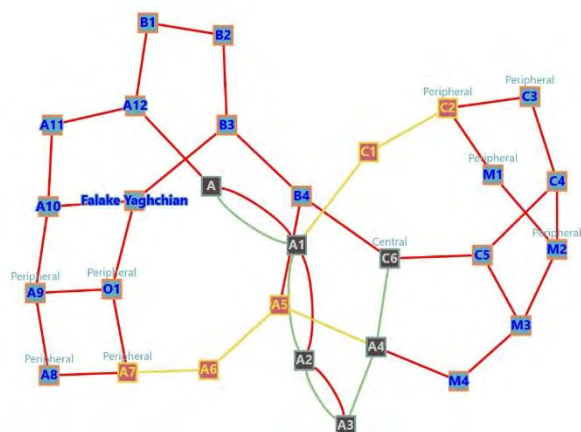
کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس متفاوت را می‌توان بدست آورد. در شکل‌های ۳-۷ و ۳-۸ به ترتیب کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس انتخابی به صورت زیر مشخص شده است.

Falake Yaghchian →B3 →B4→A5→A4→A3

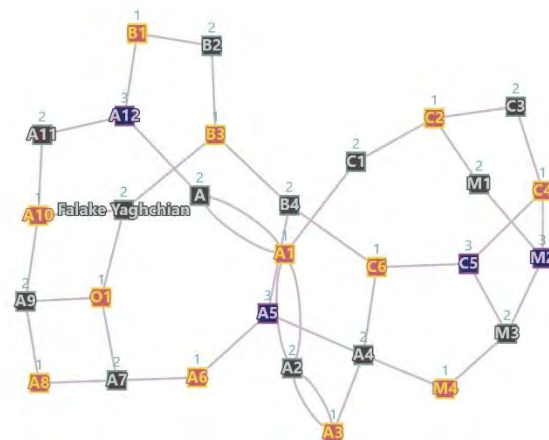
B1→B2→B3→Falake Yaghchian→O1→A7

در شکل‌های ۳-۹ و ۳-۱۰ به ترتیب جستجو در عمق و جستجو در عرض گراف ۳-۲ انجام شده است و درخت فراگیر به ترتیب زیر بدست آمده است:

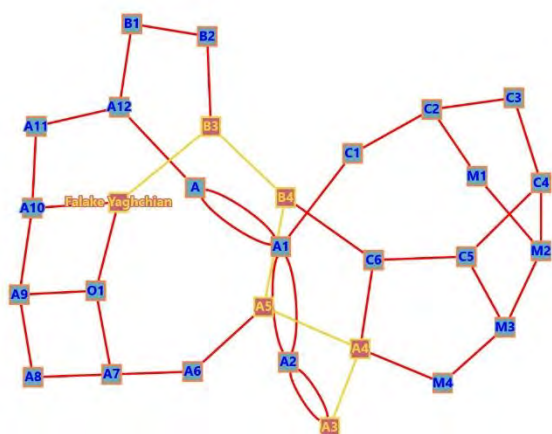
DFS:



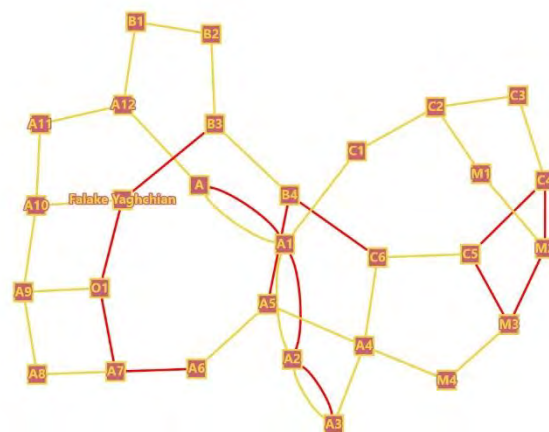
شکل ۳-۶: قطر و شعاع گراف



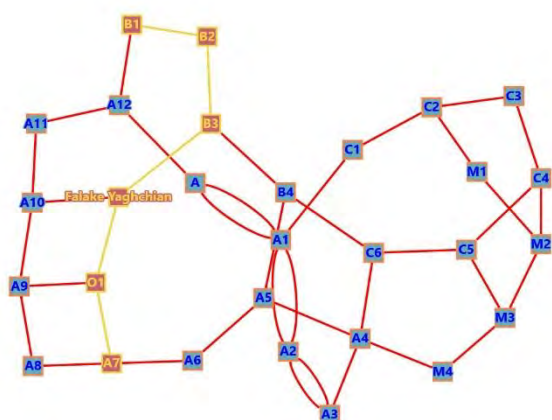
شکل ۳-۳: گراف رنگی مسیرهای اصلی شهرک شهید باغچیان



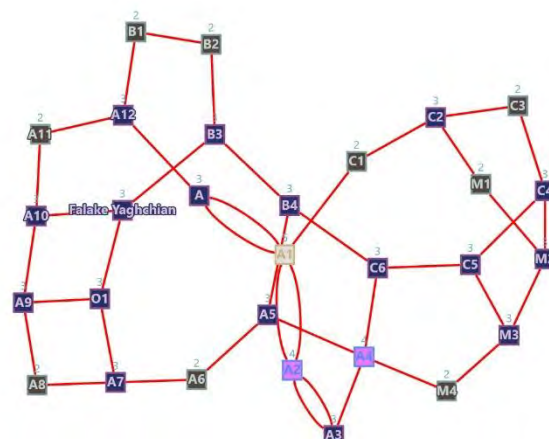
شکل ۳-۷: کوتاه‌ترین مسیر بین فلکه باغچیان و راس A3



شکل ۳-۴: درخت فراگیر مینیمال



شکل ۳-۸: کوتاه‌ترین مسیر بین راس B1 و A7



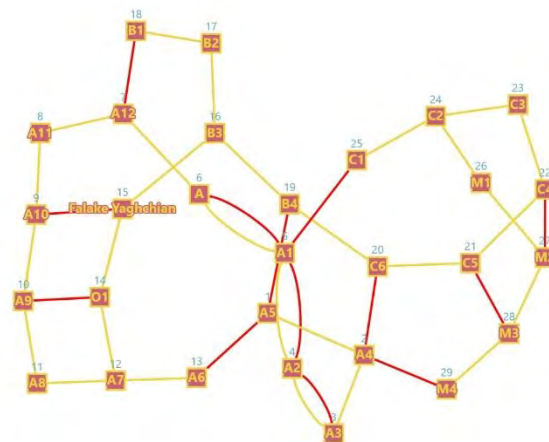
شکل ۳-۵: درجه گراف

به مطالب ذکر شده، با تهیه یک گراف جامع شهر به راحتی می توان در مورد مسائل مختلف شهری تصمیم گیری کرد. به عنوان نمونه به چند مورد از کاربردهای مدیریتی و کنترلی گراف اشاره می کنیم:

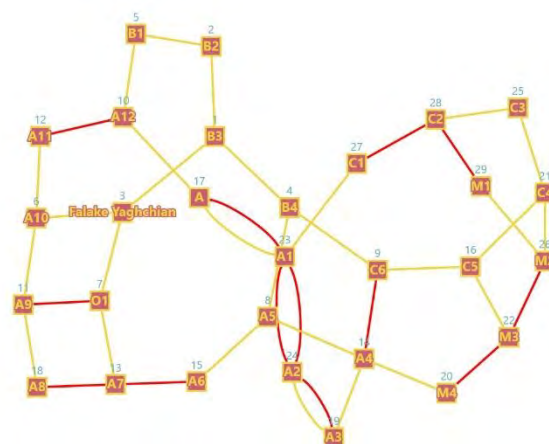
- با استفاده از ماتریس مجاورت گراف شهری، می توان تعداد مسیرها با طول های دلخواه را بین دو نقطه دلخواه بدست آورد.
- در یک کلان شهر، اگر بخواهیم ایستگاه های مجاور (تقاطع های مجاور) طرح یا مدل یکسان نداشته باشند، براساس عدد رنگ گراف، به راحتی کمترین تعداد طرح های ممکنه را می توان بدست آورد.
- در مواقع ضروری مانند تعمیرات معابر به راحتی می توان بعضی از معابر (یال ها) را از مسیرهای ارتباطی حذف کرد، بدون اینکه در ارتباط بین مسیرها خللی ایجاد شود.
- تشخیص وجود مسیرهای اولیه و هامیلتون در مواقع تصمیم گیری اساسی
- بهینه سازی انتخاب بین مسیرها، ایستگاه ها
- تصمیم گیری در مدیریت ترافیک شهری بدون دخالت نظر شخصی
- عدم نیاز به حضور فیزیکی در محل طرح
- در صورت نیاز به اضافه یا کم کردن یک مسیر یا ایستگاه، تصمیم گیری در مورد تغییر مسیرها یا تغییر طرح ها، تصمیم گیری را سخت نمی کند.

منابع فارسی

- [۱] ریاضیات گسسته و ترکیبیاتی، رالف پ. گریمالدی- ترجمه دکتر محمدعلی رضوانی و دکتر بیژن شمس، انتشارات فاطمی



شکل ۳-۹: جستجو در عمق با شروع از A5



شکل ۳-۱۰: جستجو عرض با شروع از B3

نتایج و پیشنهادات

نظریه گراف به عنوان یک شاخه از ریاضی کاربردی می تواند نقش اساسی در بهینه سازی شبکه ها، حمل و نقل، برنامه ریزی شهری داشته باشد. مسیرهای ارتباط در یک کلان شهر و چگونگی تحلیل و بررسی مسیرها جهت دسترس از یک نقطه به نقطه دیگر دارای معیارهای زیادی است. از زیبایی بصری مسیر تا هزینه اقتصادی و زمان قابل بحث می باشد. مسیرها، ایستگاه ها در سطح بزرگ دارای ساختار پیچیده ای هستند، بطوریکه شبکه های اتوبوسرانی، تاکسی مترو و... را می توان به عنوان زیرگرافی از این ساختار پیچیده در نظر گرفت. با توجه

[۲] آشنایی با تحقیق در عملیات: برنامه‌ریزی خطی، پویا، و با اعداد صحیح، حمدی طه، ترجمه دکتر محمدباقر بازرگان. نشر دانشگاهی

منابع انگلیسی

[۳] Gary Chartrand and Ping Zhang. A first course in graph theory. Courier Corporation, 2013.

[۴] Th. Riedel, U. Brunner, TRAFFIC CONTROL USING GRAPH THEORY, Control Engineering Practice, DOI: 10. 1016/0967-0661 (94) 90776-5.

[۵] Darshankumar Dave, Nityangini Jhala, Application of Graph Theory in Traffic Management, International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT) , 3 (12) , 2014.

[۶] Hosseini, S. M, & Orooji, H. , Phasing of Traffic Light at Road Junction. Applied Mathematical Science, Vol. 3. No. 30, pp. 1487-1492, 2009.

[۷] Wester C. H. Schoonenberg, Amro M. Farid, Modeling Smart Cities with Hetero-functional Graph Theory, IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC) Banff Center, Banff, Canada, October 5-8, 2017

[۸] Alnassar, Ibrahim, Applications of Graph Theory for Controlling City Infrastructure. (Jan 2019) https://opensiuc.lib.siu.edu/gs_rp/904/.

نظریه گراف یکی از شاخه‌های مهم ریاضی کاربردی است که امروزه نقش اساسی در بهینه‌سازی شبکه‌ها، حمل‌ونقل، برنامه‌ریزی شهری، کامپیوتر و هوشمندسازی شبکه‌های ارتباطی دارد. شبکه حمل‌ونقل یا به عبارتی مسیرهای دسترسی از نقطه‌ای به نقطه دیگر یکی از مسائل مهم در شهرسازی است. شبکه‌هایی مانند اتوبوسرانی، تاکسی مترو و... در سطح بزرگ دارای ساختار پیچیده‌ای هستند، بطوریکه با گراف می‌توان این ساختار پیچیده را به راحتی نمایش داد و الگوریتم‌های مختلف و برآوردهای متفاوت مانند کوتاه‌ترین مسیر و تعداد مسیرها بین نقاط را بر روی سطح مورد نظر اعمال کرد.

در این گزارش، از الگوریتم‌ها و قضایای نظریه گراف به عنوان یک ابزار علمی در بررسی و تحلیل زیرساخت اتوبوسرانی منطقه یاغچیان تبریز استفاده شده است. همچنین کاربردهای متعدد از نظریه گراف جمع‌بندی شده و جهت استفاده احتمالی در اختیار مدیران مربوطه قرار داده شده است.



نظر رسمی	اظهارنظر رسمی مرکز در موارد ارجاعی از طرف شورای اسلامی شهر یا شهرداری تبریز
دیدگاه	دیدگاه مرکز در موارد جاری شهری و نقد عملکرد و فعالیت‌های شهرداری و سایر دستگاه‌های اجرایی
گزارش تخصصی	گزارش تخصصی مستخرج از کمیته‌ها، گروه‌های کانونی یا نشست‌ها
انتقال دانش	ارسال مطالب گزیده شده یا چکیده مطالب و گزارش‌های سایر مراکز پژوهشی یا نشست‌های خارج از مرکز
یادداشت	اظهارنظر کارشناسی توسط افراد خبره که لزوماً مورد تأیید مرکز نیست
انعکاس	تبیین پیشنهاد، انتظار یا مطالبه کارشناسی یا مردمی
خلاصه مدیریت	خلاصه مدیریتی طرح‌های مطالعاتی انجام شده در مرکز
افکارسنجی	گزارش مستخرج از افکارسنجی عمومی یا موردی
داده‌کاوی	گزارش تولید شده با استفاده از ظرفیت‌های هوش مصنوعی
تجربه مدیریت	گزارش تجربیات حوزه مدیریت شهری سایر شهرهای داخل و خارج کشور یا گزارش تجربه‌نگاری مدیریت شهری
پرسمان	بیان مسئله یا طرح سؤالاتی در خصوص مسائل جاری شهر از مدیریت شهری و درخواست پاسخگویی
شناخت شهر	گزارش شناخت وضع موجود در قالب متن نقشه یا اینفوگرافی
اسناد مرکز	آیین‌نامه‌ها، فرم‌ها، دفترچه‌های راهنما و سایر مستندات مربوط به شیوه فعالیت مرکز